

OUVERTURE ET CROISSANCE ENDOGENE, LE CAS D'UNE ECONOMIE EN VOIE DE DEVELOPPEMENT

ABDOUNI Abdeljabbar¹

Document de Travail
Janvier 2004

Introduction

Le modèle de Romer (1990), qui considère dans une économie fermée que le progrès technique est la source de la croissance, constitue le point de départ de la plupart des travaux théoriques qui étudient la relation ouverture-croissance économique. En effet, des auteurs comme Rivera-Batiz et Romer (1991a), (1991b) Grossman et Helpman, (1991a) (1991b), (1991c), (1991d), par exemple, ont étendu ce modèle à un cadre international pour évaluer les effets de l'ouverture sur la croissance économique.

Cependant, ces auteurs ont souvent étudié le cas de deux pays identiques au niveau de leurs dotations factorielles. C'est à dire que les deux pays disposent du même stock de travail et notamment de capital humain et de technologie. Ils ont montré ainsi, que l'intégration complète des deux pays, équivaut à les remplacer par une seule économie disposant d'un stock de travail et notamment de capital humain deux fois plus grand. Dans le cas d'une intégration partielle, c'est à dire lorsque les deux pays n'échangent que les biens d'équipement ou les connaissances technologiques, les auteurs ont montré qu'il n'y a aucun effet sur la croissance économique dans le premier cas. Cependant, il y a un effet sur le niveau mais pas sur le taux de croissance dans le deuxième cas. Finalement, lorsque les deux pays échangent les biens et les connaissances, le taux de croissance sera doublé et équivalent à celui de l'intégration complète des deux pays.

Cependant, si le progrès technique est le moteur de la croissance dans les pays développés, il n'explique qu'une part beaucoup plus faible de la croissance dans les pays en voie de développement du fait que ces derniers sont faiblement dotés en capital humain (Shaw 1992).

Dans ce cadre, le commerce international pourrait jouer un rôle important dans la mesure où il permettrait aux pays en voie de développement d'accéder au stock mondial de connaissances et de bénéficier, par conséquent, du progrès technique des pays développés.

Dans ce travail, nous proposons une formalisation originale qui s'inspire des modèles de croissance endogène en économie ouverte, avec le progrès technique comme source de croissance comme chez Romer (1990), Rivera-Batiz et Romer (1991a) et (1991b). En effet, nous considérons les mêmes fonctions de production, de consommation et de Recherche et Développement ainsi que la même démarche d'analyse et de résolution. Cependant, l'hypothèse de l'égalité des dotations factorielles entre les pays, notamment au niveau du capital humain, nous paraît forte. Dans ce sens, nous nous démarquons de ces modèles dans la

¹ Centre de Recherche sur les Dynamiques, les Politiques Economiques et l'Economie des Ressources (CEDERS), Université de la Méditerranée 14 avenue Jules Ferry ; 13621 Aix-en-Provence.
abdouni_abdeljabbar@yahoo.fr.

mesure où nous considérons que les deux pays qui participent à l'échange ne sont pas identiques. En effet, le commerce s'effectue entre un pays développé et un pays en voie de développement. Ce dernier est faiblement doté en capital humain par rapport au premier. Nous nous concentrons essentiellement sur le cas de l'échange de biens d'équipement et nous montrons, contrairement à Rivera-Batiz et Romer (1991), qu'il a un effet positif sur la croissance des deux pays.

I – Description du modèle

Nous considérons un modèle de croissance endogène à deux pays, un pays développé (indice d) et un pays en voie de développement (indice s). Le premier est suffisamment doté en capital humain. Nous supposons qu'il dispose comme chez Rivera-Batiz et Romer (1991a) et (1991b) de deux secteurs du côté de la production. Le premier secteur est celui de la R&D qui utilise une partie du capital humain, H_A , et le stock de connaissances disponibles, A , afin de produire des nouvelles connaissances ou procédés nécessaires à la production des biens intermédiaires. Le deuxième est le secteur manufacturier qui se décompose également en deux branches. La première est celle du bien final qui sera soit consommé soit épargné en tant que nouveau capital. La production du bien final dans cette branche utilise le travail L_d , l'autre partie du capital humain H_{y_d} et l'ensemble des biens intermédiaires disponibles x_{id} . La deuxième branche est celle des biens intermédiaires. Elle met en œuvre les différentes innovations réalisées dans le secteur de la R&D et la partie épargnée de la production du bien final pour produire les biens intermédiaires utilisables comme inputs dans la production du bien final.

Le deuxième pays, bien qu'il soit faiblement doté en capital humain, a la même structure que celle du pays développé dans le cas de l'autarcie². En effet, il dispose lui aussi de deux secteurs. Le premier est le secteur de recherche³, qui utilise une partie du capital humain H_N et le stock de connaissances disponibles N pour produire de nouvelles connaissances. Le deuxième est le secteur manufacturier qui se décompose lui aussi en deux branches. La première fabrique le bien final Y_s en utilisant l'autre partie du capital humain H_{y_s} , le travail L_s et l'ensemble des biens intermédiaires disponibles x_{is} . La deuxième fabrique les biens intermédiaires en utilisant les différentes innovations réalisées dans le secteur de la recherche et la partie épargnée de la production du bien final.

Du côté de la consommation, nous considérons dans les deux pays la même spécification que celle de Romer (1990) et Rivera-Batiz et Romer (1991). La consommation d'un individu représentatif de durée de vie infinie résulte de la maximisation intertemporelle d'une fonction d'utilité à élasticité de substitution constante.

II – Structure du modèle.

Nous présentons dans ce paragraphe la structure du modèle dans le cas de l'autarcie et dans le cas de l'ouverture pour les deux pays en décrivant, dans chaque cas, les composantes des deux économies (secteur manufacturier, secteur de R&D, consommation) avant de calculer leur taux de croissance.

² Nous allons voir que cette structure va changer dans le cas de l'ouverture.

³ Si ce pays, bien qu'il dispose d'un stock de capital humain faible, ne consacre pas une partie à la R&D, son taux de croissance sera nul dans le cas de l'autarcie.

II -1 : Le cas de l'autarcie.

II -1-1 Les composantes des économies.

A - Le secteur manufacturier.

Pour le pays développé, ce secteur est constitué de deux branches : la première fabrique un bien final Y_d considéré comme numéraire (son prix $P_y = 1$), qui sera soit consommé soit épargné en tant que nouveau capital. La fonction de production est identique pour les deux branches. Elle est fonction du capital humain consacré à la production du bien final (H_{yd}), du travail non qualifié (L_d) et du capital physique représenté par le nombre de biens d'équipement $x_d(i)$.

Cette fonction de production prend la forme d'une fonction homogène de degré un du type Cobb-Douglas⁴ :

$$Y_d(H, L, x) = H_{yd}^{\alpha} L_d^{\beta} \int_0^A x(i)_d^{1-\alpha-\beta} di \quad (1)$$

- où α et β désignent respectivement l'élasticité de la production par rapport au capital humain et au travail⁵ ;

- l'indice « d » désigne le pays développé ;

A désigne le stock de connaissances disponibles.

Nous supposons comme chez Romer (1990) et Rivera-Batiz et Romer (1991) qu'un bien d'équipement nouveau n'est ni un substitut direct ni un complément direct de ceux qui existent déjà dans l'économie. Cela veut dire que les rendements marginaux sont indépendants. Cette hypothèse d'indépendance des découvertes est importante car elle signifie que les découvertes de produits nouveaux ne rendent pas les produits existants obsolètes⁶.

Par ailleurs, nous supposons que les stocks de travail et de capital humain sont exogènes et considérés comme donnés et que les biens finaux Y_i , produit par les différentes entreprises, sont identiques. Ils peuvent être aussi utilisés, de manière parfaitement interchangeable, pour la consommation et pour la production des biens d'équipement.

La deuxième branche met en œuvre les innovations développées dans le secteur de la recherche et l'output épargné pour produire des biens d'équipement $x_d(i)$ utilisables comme inputs dans la production du bien final. Par ailleurs, il est important de noter que les deux branches possèdent la même fonction de production homogène de degré un, c'est à dire à rendement constant, et que les biens intermédiaires ne se déprécient pas.

Dans le pays en voie de développement, nous supposons la même structure de production dans le secteur manufacturier qui utilise, pour produire le bien final Y_s , une partie du capital humain H_{ys} , le travail L_s et les biens intermédiaires disponibles $x_s(i)$.

$$Y_s(H, L, x) = H_{ys}^{\alpha} L_s^{\beta} \int_0^N x(i)_s^{1-\alpha-\beta} di \quad (2)$$

Par ailleurs, nous supposons que le travail est le même dans les deux pays ($L_s = L_d$) alors que le stock de capital humain H_s dans le pays en voie de développement est plus faible que celui du pays développé ($H_s < H_d$). Plus particulièrement, nous supposons qu'il est égal à la partie consacrée au secteur manufacturier dans le pays développé :

⁴ On peut écrire aussi cette fonction en considérant que A, le nombre de variétés, comme une variable discrète. Dans ce cas, la relation (1) devient :

$$Y_d(H, L, x) = H_{yd}^{\alpha} L_d^{\beta} \sum_{i=1}^A x(i)_d^{1-\alpha-\beta} di$$

Nous obtiendrons les mêmes résultats avec cette formulation.

⁵ Avec ($0 < 1 - \alpha - \beta < 1$)

⁶ Contrairement à cette hypothèse, Aghion et Howitt (1992) ont supposé, dans un modèle où l'amélioration de la qualité des biens est la source de la croissance, qu'un bien de qualité supérieur est facilement substituable aux biens de qualité inférieures. Autrement dit, une innovation rend obsolète celles qui la précèdent.

$$H_s = H_{yd} \quad \text{et} \quad L_s = L_d \quad (2')$$

Quant au travail, il n'a pas de rôle dans le secteur de R&D et dans la production de technologie et n'aura donc pas d'effet sur le taux de croissance économique. Par conséquent, nous supposons pour simplifier les calculs qu'il est le même dans les deux pays.

L'hypothèse d'identité des fonctions de production dans les deux branches du secteur manufacturier, dans chaque pays, permet de concevoir la production d'une firme du secteur des biens d'équipement comme la conversion d'une unité de produit final en une unité de bien d'équipement⁷. Les ressources qui auraient permis de produire le bien final sont, en fait, utilisées pour produire les biens d'équipement. S'il faut épargner une unité de consommation pour créer une unité de tels biens, le capital physique, K, cumulé de la production épargnée, est relié au volume total des biens d'équipement par la relation :

$$K = \int_0^N x_s i \quad \text{dans le pays en voie de développement}$$

$$(K = \int_0^A x_d i \quad \text{dans le pays développé}).$$

Par ailleurs, dans chaque pays, K évolue dans le temps, suivant la règle :

$$\dot{K} = Y - C$$

Avec Y la production du pays et C sa consommation.

Pour produire un bien d'équipement donné, une entreprise doit acquérir le brevet attaché à l'innovation correspondante. Par hypothèse, l'entreprise qui a réalisé l'innovation et qui possède le brevet est la seule à pouvoir fabriquer ce bien et le vendre sur le marché. Par ailleurs, la durée de vie du brevet est infinie.

Enfin, nous supposons que la production des biens de consommation, dans les deux pays, s'effectue dans un cadre concurrentiel, alors que celle des biens intermédiaires est caractérisée par un régime de concurrence monopolistique.

B - Le secteur de la R&D

Ce secteur produit la technologie⁸, c'est à dire les innovations correspondant aux nouveaux biens intermédiaires. Puisque nous avons supposé que le pays développé est plus doté en capital humain que le pays en voie de développement, il consacrera, par conséquent, plus de capital humain à la recherche que ce dernier et produira, ainsi, plus d'innovation. La fonction de production de ces dernières dépend, dans ce pays, du stock du capital humain consacré à la recherche H_A , de sa productivité δ_d et du stock de connaissances disponibles A.

$$\dot{A} = d_d H_A A \quad (3)$$

La fonction de production des innovations dans le pays en voie de développement est :

$$\dot{N} = d_s H_N N \quad (3')$$

Où N est le stock de connaissances disponibles, H_N la part du capital humain consacrée à la recherche et δ_s sa productivité.

Puisque le capital humain dans le pays en voie de développement est plus faible que celui du pays développé, sa productivité dans le secteur de recherche le sera aussi. Dans cette logique, nous écrivons la relation suivante qui lie le paramètre de productivité dans le pays en voie de développement δ_s à celui du pays développé δ_d comme suit :

$$\delta_s = \mu \delta_d \quad (3'')$$

⁷ Romer (1990) considère que la production d'une unité de bien d'équipement est le résultat de la conversion de η unités de biens finals. Cependant, cette modification n'a pas d'effet sur le taux de croissance économique.

⁸ La technologie est un bien public, cumulatif, non rival et partiellement exclusif. Voir Romer (1990) pour une définition détaillée de ces caractéristiques.

Avec $0 < \mu < 1$

Les équations [(3) et (3')] impliquent , d'une part, qu'en consacrant plus de capital humain à la recherche, chaque pays pourra développer davantage de biens intermédiaires nouveaux. D'autre part, plus la gamme des biens intermédiaires et de connaissances est large, plus la productivité du capital humain consacré à la recherche sera élevée. Par ailleurs, chaque nouvelle innovation permet, d'une part, la production d'un nouveau bien intermédiaire utilisable pour produire le bien final et augmente, d'autre part, le stock de connaissances et accroît la productivité du capital humain dans le secteur de la recherche.

Une fois que le secteur de recherche conçoit une nouvelle innovation, il la vend au secteur manufacturier (deuxième branche dans chaque pays) au prix P_A avec un brevet à durée infinie⁹. L'entreprise qui acquiert cette nouvelle innovation sera le seul producteur du bien d'équipement x_i correspondant.

Enfin nous supposons que les stocks de capital humain et de travail sont fixes dans chaque pays et qu'il n'y a pas de mobilité internationale de ces deux facteurs de production.

C- La consommation

Les comportements de consommation sont déterminés à partir d'une spécification du type de Frank Ramsey (1928)¹⁰.

L'individu représentatif cherche à maximiser son utilité qui est modélisée comme une somme pondérée de tous les flux futurs d'utilité. La fonction de félicité relie le flux d'utilité par tête à la consommation par tête¹¹ :

$$\int_0^{\infty} e^{-rt} u(C_t) dt \quad (4)$$

Avec C_t la consommation ;

ρ le taux de préférence pour le présent ;

$u(C_t)$ la fonction de félicité.

Cette fonction est supposée croissante et concave. Ce postulat traduit le fait d'étaler la consommation dans le temps. Les consommateurs préfèrent une homogénéité dans le temps de leur consommation que des variations temporelles de celle-ci. De plus, la fonction de félicité satisfait aux conditions d'Inada¹² :

Le multiplicateur e^{-rt} permet de faire intervenir la préférence pour le présent de l'individu représentatif. En effet, ce dernier choisit la consommation et l'épargne de la génération présente et future.

La fonction de félicité est une fonction d'utilité à élasticité de substitution intertemporelle constante et s'écrit sous la forme :

$$u(C) = \frac{C^{1-s} - 1}{1-s}$$

⁹ L'hypothèse des brevets à durée de vie infinie a été contestée par P. Michel et J. Nyssen (1998). En effet, ces auteurs ont introduit un coefficient de diffusion des connaissances exogène qui permet de faire apparaître l'incidence de l'expiration d'un brevet. Ils montrent, entre autre, que l'imparfaite diffusion des connaissances rend la recherche plus difficile. Cependant, cette difficulté est constante au cours du temps et non pas croissante. Ainsi, l'économie peut connaître de la même façon une croissance indéfiniment soutenable.

¹⁰ Ce modèle est présenté en détail dans R. Barro et X. Sala-I-Martin (1996).

¹¹ En supposant que la taille de la population et de la force de travail L sont constantes, il devient indifférent de travailler sur le taux de croissance de la consommation totale ou sur celui de la consommation par tête.

¹² Cela veut dire que :

$\lim_{C \rightarrow 0} u'(C) \rightarrow \infty$ quand $C \rightarrow 0$

$\lim_{C \rightarrow \infty} u'(C) \rightarrow 0$ quand $C \rightarrow \infty$

Où $\sigma > 0$, de sorte que l'élasticité de l'utilité marginale, appelée inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle, est égale à la constante $-\sigma$.

La contrainte du budget du ménage, en terme de flux, s'écrit sous la forme suivante¹³ :

$$\dot{B} = R + rB - C \quad (4')$$

Où B désigne les actifs détenus par les consommateurs sous forme de droits de propriété sur le capital ou sous forme de prêt, r le taux d'intérêt et R le taux de salaire.

Afin de calculer les taux de croissance, nous cherchons dans le paragraphe suivant à déterminer, dans le cas de l'équilibre du marché et pour chaque pays, une relation entre le taux de croissance de la consommation et le taux d'intérêt d'un côté et entre ce dernier et le taux de croissance de la production de l'autre côté.

II-1-2 : Equilibre du marché

L'équilibre de marché se définit tel que :

- les consommateurs épargnent et consomment en prenant le taux d'intérêt comme donné ;
- les détenteurs de capital humain décident de l'affectation de leurs ressources en prenant le stock de connaissances, le prix des nouveaux brevets et le taux de salaire comme donnés ;
- Les producteurs du bien final choisissent leurs inputs en prenant tous les prix comme donnés ;
- Les producteurs de biens intermédiaires maximisent leur profit en prenant le taux d'intérêt et la courbe de demande de leurs produits comme donnés ;
- Les entreprises voulant produire de nouveaux biens intermédiaires prennent le prix des brevets comme donné ;
- Les marchés sont à l'équilibre.

La détermination du taux de croissance d'équilibre du marché nécessite de définir, du côté de l'offre (les producteurs) et du côté de la demande (les consommateurs), une relation entre le taux d'intérêt et le taux de croissance¹⁴.

A - du côté de la consommation

La maximisation de la fonction d'utilité (4) sous la contrainte sous la contrainte du revenu (4') permet d'avoir la relation suivante :

$$r = \rho + \sigma \frac{\dot{C}}{C} \quad (5)$$

Ces relations entre r et ρ déterminent si le profil de consommation par tête des ménages croît, demeure constant ou baisse avec le temps. Une tendance moindre à substituer dans le temps (une faible valeur de σ) implique une réaction moindre du taux de croissance de la consommation C à l'écart entre le taux d'intérêt r et le taux de préférence pour le présent ρ .

B - du côté de la production

Puisque le marché de la branche du bien final, dans chaque pays, se caractérise par la concurrence parfaite, les inputs utilisés sont rémunérés par leur productivité marginale¹⁵.

¹³ Les indices relatifs au temps ont été délibérément omis. Cela ne change pas les résultats.

¹⁴ Voir annexe pour le détail des calculs.

¹⁵ Nous nous contentons ici de résoudre le programme pour le pays en voie de développement. La résolution est la même pour le pays développé.

Donc, la fonction de demande des biens d'équipement dans le pays en voie de développement est la suivante :

$$P_s(i) = \frac{\partial Y_s}{\partial x_s(i)} = (1 - \mathbf{a} - \mathbf{b}) H_{ys}^a L_s^b x(i)_s^{-(a+b)} \quad (6)$$

Cette fonction de demande des biens d'équipement dépend du capital humain, du travail et des biens d'équipement ainsi que de leurs élasticités.

Cette demande sera adressée au producteur des biens intermédiaires qui cherche à maximiser son profit. La fonction de profit à maximiser prend la forme suivante :

$$\text{Max}_{xi} \Pi_i = \text{Max}_{xi} (RT_i - CT_i)$$

Avec Π_i : profit associé au bien intermédiaire x_i ;

RT_i : recette totale associée au bien intermédiaire x_i ;

CT_i : coût total associé au bien intermédiaire x_i .

Sachant que la production d'une unité du bien intermédiaire pouvant s'analyser comme la conversion d'une unité du bien final. Le coût unitaire est mesuré par le coût réel en intérêt associé à cette conversion. Le coût total variable de la production de $x(i)$ unités est donc égal à :

$$CT_i = r \cdot x(i).$$

Les recettes totales sont égales à la quantité de biens d'équipement demandée multipliée par le prix correspondant. Soit :

$$RT_i = P(i) \cdot x(i)$$

Le producteur choisi la quantité $x_s(i)$ qui maximise son profit. Cela permet d'avoir le résultat suivant :

$$\Rightarrow P_s(i) = \frac{r}{1 - \mathbf{a} - \mathbf{b}} = P_s \quad (7)$$

Ce prix d'équilibre dépend du rapport entre le taux d'intérêt et l'élasticité de production des biens d'équipement. Il indique que tous les biens intermédiaires auront le même prix dans le pays en voie de développement, noté P_s . Cette égalité des prix des biens intermédiaires, implique qu'une même demande est adressée à tout producteur de ces biens, notée \bar{x}_s .

A l'équilibre, on aura :

$$P_s = \frac{r}{1 - \mathbf{a} - \mathbf{b}} = (1 - \mathbf{a} - \mathbf{b}) H_{ys}^a L_s^b \bar{x}(i)_s^{-(a+b)} \quad (8)$$

Le profit maximum est égal à :

$$\Pi_{Max} = P_s \bar{x}_s - r \bar{x}_s \quad (9)$$

Si on remplace P_s par son expression dans l'équation (9), on obtient :

$$\Rightarrow \Pi_{Max} = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) P_s \bar{x}_s \quad (10)$$

Le profit maximum dépend donc du prix d'équilibre des biens d'équipement, de la quantité d'équilibre correspondante et des élasticités α et β .

La somme actualisée de ces revenus de chaque période permet de déterminer le prix auquel le producteur d'un bien d'équipement acceptera d'acquérir l'innovation correspondant à ce bien, soit dans :

$$P_{As} = \int_0^{\infty} \Pi_{Max} e^{-rt} dt = \Pi_{Max} \left[\frac{-e^{-rt}}{r} \right]_0^{\infty} \\ = \frac{\Pi_{Max}}{r}$$

$$= \frac{(a + b)P_s \bar{x}}{r} \quad (11)$$

Cela montre que le prix des brevets augmente avec l'augmentation des profits et diminue avec l'augmentation du taux d'intérêt. Ainsi, l'augmentation des profits encourage la demande des biens d'équipement et par conséquent le prix des brevet (et l'innovation). En revanche, une augmentation du taux d'intérêt augmente le coût total des biens d'équipement et diminue leur demande et par conséquent le prix des brevet (et l'innovation).

On remplace P_s par son expression (équation 8) dans l'équation (11), on obtient :

$$P_{As} = \frac{(a + b)(1 - a - b)H_{ys}^a L_s^b \bar{x}_s^{1-(a+b)}}{r} \quad (12)$$

A l'équilibre du marché la répartition du capital humain entre le secteur manufacturier et le secteur de la R&D est déterminée par l'égalisation de la rémunération dans ces deux secteurs. Cela s'exprime par l'égalité des productivités marginales en valeur du capital humain, soit :

$$\frac{\partial Y_s}{\partial H_{sy}} P_y = \frac{\partial N}{\partial H_N} P_{As} \quad (13)$$

Cette relation nous permet de déterminer le taux d'intérêt r tel que :

$$r = \frac{d_s (a + b)(1 - a - b)H_{ys}}{a}$$

Cela implique que le taux d'intérêt r dépend positivement de la part du capital humain consacrée à la production du bien final H_{ys} . Pour faire apparaître une relation entre le taux d'intérêt r et le taux de croissance économique du côté de la production, il suffit de remplacer H_{ys} par $H_s - H_N$. Ainsi, on obtient :

$$r = \frac{d_s (a + b)(1 - a - b)H_s}{a} - \frac{d_s (a + b)(1 - a - b)H_N}{a} \quad (14)$$

Cette équation fait apparaître une relation négative entre le taux d'intérêt r et le capital humain consacré à la recherche H_N et donc l'innovation et la croissance économique. Ce résultat confirme celui de la relation (11) qui montre qu'une augmentation du taux d'intérêt fait diminuer le prix des brevets P_{As} qui représente la rémunération du capital humain dans la recherche. Cela conduit à une baisse du capital humain alloué à ce secteur et ralenti, par conséquent, l'innovation et de la croissance économique.

II-1-3 : Etude de la croissance :

Sachant qu'en croissance équilibrée, on peut avoir l'égalité suivante pour le pays en voie de développement :

$$\frac{\dot{C}_s}{C_s} = \frac{\dot{Y}_s}{Y_s} = \frac{\dot{N}}{N} = d_s H_N = g_{as} \quad (15)$$

Où g_{as} est le taux de croissance de cette économie en cas d'autarcie.

Il suffit de remplacer l'expression du taux d'intérêt du côté de la consommation (équation 5) dans la relation (14) pour obtenir le taux de croissance pour le pays en voie de développement en cas d'autarcie comme suit :

$$g_{as} = \frac{d_s (a + b)(1 - a - b)H_s - ra}{sa + (a + b)(1 - a - b)} \quad (16)$$

[Le même raisonnement pour le pays développé donne :

$$g_{ad} = \frac{d_d(a+b)(1-a-b)H_d - ra}{sa + (a+b)(1-a-b)} \quad (16')$$

Nous remarquons que ce taux de croissance (équation 16) dépend du comportement des consommateurs (ρ, σ) et du stock de capital humain H_s disponible dans l'économie ainsi que de sa productivité δ dans le secteur de la recherche.

Ainsi, une économie dans laquelle les agents sont plus patients (ρ et σ plus faibles), croît plus vite car les bénéfices d'un investissement dans la recherche aujourd'hui apparaissent dans la productivité des différents secteurs de cette économie dans le futur.

Par ailleurs, une économie fortement dotée en capital humain, l'économie du pays développé par exemple, croît plus vite car elle consacre plus de capital humain à la recherche (moteur de la croissance économique). En revanche, une économie faiblement dotée en capital humain ne consacre qu'une partie très faible de ce facteur à l'innovation et croît moins vite.

Enfin ce modèle a l'avantage de mettre en évidence la possibilité de non-développement. Ainsi, Pour assurer un taux de croissance positif, une économie doit disposer d'un minimum de capital humain. Pour le pays en voie de développement par exemple, le stock de capital humain doit satisfaire la condition suivante :

$$H_s > \frac{ra}{d_s(a+b)(1-a-b)}$$

(Nous pouvons faire la même condition du stock de capital humain nécessaire pour avoir un taux de croissance positif pour le pays développé).

Dans ce sens, une politique économique visant à accélérer la croissance économique d'un pays doit porter essentiellement sur l'éducation (augmentation de H) et sur des subventions à la recherche (augmentation de δ).

Nous allons voir, dans ce qui suit, les effets d'une politique d'ouverture sur la croissance économique des deux économies.

II - 2 - Le cas de l'ouverture :

Nous supposons dans ce cas de figure qu'il y a une ouverture complète des deux pays pour l'échange de biens d'équipement. Cela veut dire qu'il n'y a aucun obstacle tarifaire ou non tarifaire à l'importation de ces biens. Dans ce cadre, les producteurs du bien final dans le pays en voie de développement auront deux possibilités :

- Dans le premier cas, Ils utilisent les biens d'équipement domestiques et les biens étrangers en même temps.
- Dans le deuxième cas, ils n'utilisent que les biens d'équipement étrangers.

II-2-1 Premier cas : utilisation des biens domestiques et des biens étrangers

Si les producteurs dans le pays en voie développement utilisent à la fois les biens d'équipement domestiques et étrangers pour la production du bien final Y_s , la fonction de production devient :

$$Y_s(H, L, x) = H_{ys}^a L_s^b \left[\int_0^N x(i)_s^{1-a-b} di + \int_0^A x(i)_m^{1-a-b} di \right] \quad (17)$$

Où $x(i)_m$ désigne les biens d'équipement importés auprès du pays développé.

Dans ce cas, la productivité du capital humain dans le secteur manufacturier augmente et sera égale à :

$$\frac{\partial Y_s}{\partial H_{sy}} = a H_{sy}^{a-1} L_s^b \left[\int_0^N x(i)_s^{1-a-b} di + \int_0^A x(i)_m^{1-a-b} di \right]$$

Cette augmentation de la productivité du capital humain dans le secteur manufacturier conduit à son déplacement vers ce secteur. Cela réduit sa productivité dans la recherche et augmente, par conséquent, l'utilisation des biens d'équipement étrangers au détriment des biens domestiques dans la production du bien final. Cela réduit encore la productivité du capital humain dans la recherche et accentue son déplacement vers le secteur manufacturier. Ce mécanisme continue jusqu'à ce que tout le capital humain sera alloué au secteur manufacturier. Cela conduit à la disparition du secteur de la R&D de cette économie. Les biens d'équipement utilisés dans la production du bien final seront totalement des biens étrangers.

En raison de la disparition du secteur de recherche, le secteur manufacturier, ne fabrique plus que le bien final Y_s . La fonction de production de ce bien dans le pays en voie de développement dépend, dans ce cadre, du stock total du capital humain H_s , du travail L_s et des biens d'équipement étrangers $x(i)_m$. Elle sera comme suit :

$$Y_s(H, L, x) = H_s^a L_s^b \int_0^A x(i)_m^{1-a-b} di \quad (18)$$

II-2-2 Deuxième cas : utilisation des biens étrangers uniquement

Si les producteurs du bien final dans le pays en voie de développement n'utilisent que les biens d'équipement étrangers et n'achètent plus de biens domestiques, les producteurs des biens d'équipement, ne les produisent plus, n'achètent plus d'innovations auprès du secteur de recherche et disparaissent enfin du marché. Par ailleurs, le secteur de recherche ne produit plus d'innovations, puisqu'il y n'aura plus de demande destinée à ce secteur, et disparaît à son tour de cette économie. Le capital humain H_N qui était consacré à ce secteur se déplacera au secteur manufacturier qui l'utilisera avec le travail L_s et les biens intermédiaires importés $x(i)_m$ auprès du pays développé pour la production le bien final Y_s . La fonction de production de ce bien aura la même formule que l'équation (18).

Remarque :

Le nombre de biens d'équipement domestiques (N) est plus faible que celui des biens étrangers (A). L'utilisation de ces derniers dans la production du bien final dans le pays en voie de développement aura les conséquences suivantes :

- 1 - La rémunération du capital humain sera plus élevée.
- 2 - La rémunération du travail sera plus élevée.
- 3 - la productivité du capital physique sera plus élevée.

Ces conséquences de l'utilisation des biens d'équipement étrangers auront pour résultats d'écarter une troisième hypothèse qui propose l'utilisation uniquement des biens domestiques dans la production du bien final en cas d'ouverture.

II – 2-3 Equilibre du marché.

De la même manière que dans le cas de l'autarcie, nous allons déterminer le taux de croissance dans le cas de l'équilibre de marché. Pour cela, nous cherchons à déterminer une relation entre le taux d'intérêt et le taux de croissance du côté de la consommation et du côté de la production.

A - Du côté de la consommation

Du côté de la consommation, il n'y aura aucun changement. La relation entre le taux d'intérêt et le taux de croissance de la consommation est la même que celle de l'autarcie (équation 5).

B - Du côté de la production

Du côté de la production, certaines modifications dues au changement de la structure de l'économie en voie de développement doivent être prises en considération. Nous commençons d'abord, comme dans le cas de l'autarcie, par la détermination des prix des biens d'équipement.

Ainsi, puisque le secteur manufacturier se caractérise par la concurrence parfaite, les inputs utilisés sont rémunérés à leur productivité marginale. Donc, le prix des biens d'équipements dans le pays en voie de développement, noté P_m , après le déplacement de tous le capital humain vers le secteur manufacturier sera égal à :

$$P_m(i) = \frac{\partial Y_s}{\partial x_m(i)} = (1 - a - b) H_s^a L_s^b x(i)_m^{-(a+b)} \quad (19)$$

Les producteurs de biens d'équipement dans le pays développé offrent une partie de leur production sur le marché domestique et l'autre partie sur le marché étranger. En posant $X(i)$ la demande internationale des biens d'équipement, on peut écrire :

$$X(i) = x(i)_d + x(i)_m \quad (20)$$

Avec $x(i)_d$: la demande du pays développé.

$x(i)_m$: la demande du pays en voie de développement.

Les quantités demandées par chaque pays sont :

$$\left(\frac{P_d(i)}{(1 - a - b) H_{yd}^a L_d^b} \right)^{\frac{-1}{a+b}} = x(i)_d \quad (21)$$

$$\left(\frac{P_m(i)}{(1 - a - b) H_s^a L_s^b} \right)^{\frac{-1}{a+b}} = x(i)_m \quad (21')$$

Si on utilise l'hypothèse (2'), on trouve que les prix des biens d'équipement sont égaux dans les deux pays :

$$P_m(i) = P_d(i)$$

Cette égalité des prix des biens d'équipement, nous permet de réécrire l'équation (21') comme suit :

$$x(i)_m = \left(\frac{P_d(i)}{(1 - a - b) H_s^a L_s^b} \right)^{\frac{-1}{a+b}} \quad (21'')$$

Si on remplace $x_d(i)$ et $x_m(i)$, respectivement les équations (21) et (21''), par leurs expressions dans l'équation (20), on obtient la quantité totale demandée par les deux pays en fonction du prix $P_d(i)$ telle que :

$$\begin{aligned} X(i) &= (P_d(i))^{\frac{-1}{a+b}} (1 - a - b)^{\frac{1}{a+b}} \left[H_d^{\frac{a}{a+b}} L_d^{\frac{b}{a+b}} + H_s^{\frac{a}{a+b}} L_s^{\frac{b}{a+b}} \right] \\ &= (P_d(i))^{\frac{-1}{a+b}} \Omega \end{aligned} \quad (22)$$

Avec

$$\Omega = (1 - a - b)^{\frac{1}{a+b}} \left[H_d^{\frac{a}{a+b}} L_d^{\frac{b}{a+b}} + H_s^{\frac{a}{a+b}} L_s^{\frac{b}{a+b}} \right]$$

A partir de l'équation (22), on peut écrire le prix des biens d'équipement $P_d(i)$ en fonction de la quantité totale $X(i)$ comme suit :

$$P_d(i) = X(i)^{-(a+b)} \Omega^{a+b} \quad (22')$$

L'équation (22') représente la fonction de demande totale internationale des biens d'équipement par les producteurs de la branche du bien final des deux pays. Cette demande s'adresse aux producteurs des biens d'équipement $X(i)$ installés dans le pays développé et qui se trouvent en situation de concurrence monopolistique. Ils vont alors déterminer leurs offres $X(i)$ en maximisant leurs profits à chaque période. Cela revient à maximiser la différence entre la recette totale $P_d(i) X(i)$ et le coût total variable $rX(i)$ (même raisonnement que dans le cas de l'autarcie) :

$$\text{Max}_{X_i} \Pi_i = \text{Max}_{X_i} (P_d(i) X_i - r X_i) \quad (23)$$

La maximisation du profit permet d'obtenir la relation suivante :

$$P_d(i) = \frac{r}{1-a-b} = P_d \quad (24)$$

Par conséquent, tous les producteurs des biens d'équipement pratiquent le même prix dans le pays développé, noté P_d , et auront une même demande, notée \bar{x}_d (même raisonnement que dans le cas de l'autarcie). Par ailleurs, Ce prix sera pratiqué aussi dans le pays en voie de développement, noté P_m et sera, comme dans le pays développé, le même pour tous les biens. La quantité demandée auprès de tout exportateur vers ce pays, notée \bar{x}_m sera aussi la même.

Nous posons $\bar{X} = \bar{x}_m + \bar{x}_d$ la demande internationale qui maximise le profit des producteurs des biens d'équipement, installés dans le pays développé, et qui correspond à l'équilibre de la branche de bien final dans les deux pays.

Le profit maximum sera égal à :

$$\Pi_{Max} = P_d \bar{X} - r \bar{X}$$

Si on remplace le prix P_d par son expression dans cette dernière équation, on obtient le profit maximum généré par la vente de biens d'équipement aux niveaux national et international comme suit :

$$\begin{aligned} \Pi_{Max} &= \frac{(a+b)r\bar{X}}{(1-a-b)} \\ &= (a+b)P_d \bar{X} \end{aligned} \quad (25)$$

La somme actualisée de ces revenus de chaque période permet de déterminer le prix auquel les producteurs d'un bien d'équipement accepteront d'acquérir l'innovation correspondant à ce bien. En effet :

$$P_A = \int_0^{\infty} \Pi_{Max} e^{-rt} dt = \frac{(a+b)P_d \bar{X}}{r} \quad (26)$$

Comme dans le cas de l'autarcie, le prix des brevets augmente avec l'augmentation des profits et diminue avec l'augmentation du taux d'intérêt.

Si on remplace P_d et \bar{X} dans l'équation (26), on obtient :

$$P_A = \frac{a+b}{1-a-b} \left(\frac{r}{(1-a-b)^2} \right)^{\frac{-1}{a+b}} \left[\left(H_{yd}^{-a} L_d^{-b} \right)^{\frac{-1}{a+b}} + \left(H_s^{-a} L_s^{-b} \right)^{\frac{-1}{a+b}} \right] \quad (25)$$

Le prix des brevets P_A dépend positivement des dotations factorielles du pays développé et du pays en voie de développement et négativement du taux d'intérêt.

Puisqu'on a supposé qu'il n'y a pas de circulation du capital humain entre les deux pays, la répartition du capital humain entre le secteur manufacturier et le secteur de la R&D à

l'équilibre du marché dans le pays développé est déterminée par l'égalisation de la rémunération dans les deux secteurs. Cela s'exprime par l'égalité des productivités marginales en valeur du capital humain, soit :

$$\frac{\partial Y_d}{\partial H_{dy}} P_y = \frac{\partial A}{\partial H_A} P_A \quad (26)$$

Si on utilise le même calcul que dans le cas de l'autarcie et l'hypothèse (2'), on obtient :

$$\underbrace{aH_s^{a-1}L_s^b \int_0^{A-1-a-b} x_m^{a-1} dx}_{} = P_A d_d A = aH_{yd}^{a-1}L_d^b \int_0^{A-1-a-b} x_d^{a-1} dx \quad (27)$$

En remplaçant le prix des brevets P_A et la quantité d'équilibre des biens importés par le pays en voie de développement \bar{x}_m par leurs expressions dans l'équation (27)], on peut facilement déterminer le taux d'intérêt r du côté de la production tel que :

$$r = \frac{d_d(a+b)(1-a-b)}{a} \left[\left(H_{yd}^{\frac{a}{a+b}} L_d^{\frac{b}{a+b}} \right) + \left(H_s^{\frac{a}{a+b}} L_s^{\frac{b}{a+b}} \right) \right] H_s^{\frac{b}{a+b}} L_s^{-\frac{b}{a+b}} \quad (28)$$

Ce taux d'intérêt dépend, contrairement à celui de l'autarcie, des dotations factorielles des deux pays et de la productivité de la recherche du pays riche seulement.

En égalisant le taux d'intérêt de la consommation (équation (5)) avec celui de la production (équation (28)), on obtient la relation suivante :

$$r + sg_o = \frac{d_d(a+b)(1-a-b)}{a} \left[\left(H_{yd}^{\frac{a}{a+b}} L_d^{\frac{b}{a+b}} \right) + \left(H_s^{\frac{a}{a+b}} L_s^{\frac{b}{a+b}} \right) \right] H_s^{\frac{b}{a+b}} L_s^{-\frac{b}{a+b}} \quad (29)$$

Où g_o représente le taux de croissance en cas d'ouverture.

A partir de cette équation, nous pouvons calculer les taux de croissance du pays en voie de développement et du pays développé.

II -2-4 : Etude de la croissance

Sachant qu'en croissance équilibrée, on peut avoir, pour les deux pays, l'égalité suivante :

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} = d_d H_A = g_o \quad (30)$$

A – Pour le pays en voie de développement, g_{os} .

En utilisant l'hypothèse (2') dans l'équation (29), On obtient :

$$g_{os} = \frac{2d_d(a+b)(1-a-b)H_s - ra}{sa} \quad (31)$$

- Tout d'abord nous comparons les taux de croissance en cas d'autarcie, g_s , et en cas d'ouverture, g_{os} .

Le calcul de la différence ou du rapport entre ces deux indicateurs, nous paraît très difficile. Cependant, nous remarquons que le numérateur de g_{os} est supérieur à celui de g_s et que le dénominateur de g_{os} est inférieur à celui de g_s . A partir de là, nous pouvons conclure que le taux de croissance en cas d'ouverture pour un pays en voie de développement est plus élevé que celui de l'autarcie.

- Ensuite, nous remarquons que le taux de croissance dans le pays en voie de développement dépend non seulement des variables liées à ce pays tels que le stock du capital humain (H_s), les élasticités de production par rapport au capital humain et au travail (α, β) et

les paramètres de consommation (ρ et σ), mais aussi du paramètre de productivité du capital humain dans le secteur de recherche (δ_d) dans le pays développé.

Pour les paramètres relatifs à la consommation, (ρ et σ), nous pouvons faire la même interprétation que dans le cas de l'autarcie. C'est à dire que si les agents sont plus patients (ρ et σ plus faibles), l'économie croît plus vite.

Nous pouvons également interpréter le rôle du capital humain H_s de la même manière que celle de l'autarcie. Ainsi, une économie croît plus vite si elle dispose d'un stock de capital humain plus élevé. Dans ce cadre, une politique qui vise augmenter le taux de croissance doit mettre l'accent sur l'éducation.

Par ailleurs, le taux de croissance dépend de la productivité du capital humain dans la R&D dans le pays développé. Ainsi, l'ouverture permet au pays en voie de développement de bénéficier du savoir et du niveau technologique élevés de ce pays. L'application d'une politique de fermeture, des tarifs douaniers par exemple, fera augmenter les prix des biens d'équipement étrangers, qui ne seront plus accessibles aux producteurs dans le secteur de bien final, et empêchera, par conséquent, le transfert de technologie via les importations.

Enfin, le pays en voie de développement ne peut avoir un taux de croissance positif que s'il dispose d'un certain niveau de capital humain H_s de telle sorte que :

$$H_s \succ \frac{ra}{2d_d(a+b)(1-a-b)}$$

Si on prend en considération l'hypothèse (3''), nous pouvons conclure que le stock de capital humain nécessaire pour avoir un taux de croissance positive est plus faible en cas d'ouverture qu'en cas d'autarcie. Cela veut dire qu'un pays disposant d'un stock de capital humain très faible, qui ne lui permet pas d'assurer une croissance positive, peut toujours espérer croître positivement en s'ouvrant sur l'économie mondiale.

B – Pour le pays développé g_{od} .

Si on fait la même analyse pour le pays développé, on trouve :

$$g_{od} = \frac{2d_d(a+b)(1-a-b)H_d - ra}{sa + 2(a+b)(1-a-b)} \quad (32)$$

Pour comparer le taux de croissance en cas d'ouverture et en cas d'autarcie, nous calculons leur différence, on obtient :

$$g_{od} - g_{ad} = \frac{asd_d(a+b)(1-a-b)H_d + ra(a+b)(1-a-b)}{[as + 2(a+b)(1-a-b)][as + (a+b)(1-a-b)]}$$

Le numérateur et le dénominateur de ce rapport sont positifs. Nous pouvons conclure alors que le taux de croissance en cas d'ouverture est plus élevé que celui de l'autarcie. Cela montre que le pays développé a lui aussi intérêt à s'ouvrir sur le pays en voie de développement. En effet, l'exportation des biens d'équipement signifie une augmentation de la taille du marché des ces biens, une augmentation des profits et des prix des innovations, ce qui augmente enfin de compte la productivité du capital humain dans la recherche et, par conséquent, la croissance économique.

III – Comparaison de nos résultats avec ceux de Rivera-Batiz et Romer (1991a)

* Rivera-Batiz et Romer (1991a) ont montré qu'en l'absence d'échange de connaissances, le seul échange de biens d'équipement, entre deux pays développés et identiques, n'a aucun effet sur la croissance économique. En effet, un tel échange conduit,

dans un premier temps, à une augmentation du rendement du capital humain dans le secteur manufacturier passant de : $\frac{\partial Y_d}{\partial H_{dy}} = aH_{yd}^{a-1} L_d^b x_d^{1-a-b} A$ à $\frac{\partial Y_d}{\partial H_{dy}} = aH_{yd}^{a-1} L_d^b x_d^{1-a-b} (A + N)$

Avec $N = A$ (les deux pays sont identiques).

Cette augmentation sera accompagnée d'un déplacement du capital humain du secteur de la recherche vers le secteur manufacturier (premier effet).

Dans un second temps, le libre échange entre les deux pays conduit à une taille du marché des biens d'équipement deux fois plus grande, cela double le prix des brevets et augmente le rendement du capital humain dans le secteur de la recherche passant de

$\frac{\partial P_A \dot{A}}{\partial H_A} = P_A dA$ à $\frac{\partial P_A \dot{A}}{\partial H_A} = 2P_A dA$. Cette augmentation conduit à un déplacement du capital

humain du secteur manufacturier vers le secteur de la recherche (deuxième effet).

Finalement, les deux effets, qui ont des sens opposés, s'annulent. La répartition du capital humain entre les deux secteurs revient à son état initial (l'état de l'autarcie). Par ailleurs, puisqu'il n'y a pas d'échange d'idées, dans le premier pays la fonction de production des innovations est : $\dot{A} = dH_A A$, alors que celle du deuxième pays est : $\dot{N} = dH_N N$. Cela implique qu'il n'y aura aucun effet sur la croissance économique à long terme.

Cependant, si l'échange de bien est accompagné d'un échange de connaissances, la recherche dans chaque pays dépend du stock total mondial de connaissances. S'il n'y a pas de redondance entre les deux pays, le stock mondial de connaissances après échange d'idées devient deux fois plus grand que celui d'avant l'échange d'idées :

$\dot{A} = dH_A (A + N) = 2dH_A A$. Même si l'allocation du capital humain $H = H_A + H_Y$ entre le secteur manufacturier et le secteur de la recherche ne change pas, le taux de croissance de A va doubler, ce qui engendre une hausse de la croissance. Cependant, l'accroissement de l'ensemble des connaissances disponibles pour la recherche augmente la productivité du capital humain dans la recherche et n'a aucun effet sur sa productivité dans le secteur manufacturier. Ce changement de productivité relative entre les deux secteurs conduit à un déplacement du capital humain du secteur manufacturier vers le secteur de la recherche ce qui augmente la croissance économique.

* Dans notre modèle, même s'il y a seulement échange de biens d'équipement, le pays développé va seulement exporter (pas d'importation), donc la productivité du capital humain dans la branche du bien final ne va pas changer (il n'y aura pas de premier effet). En revanche, celle du secteur de la recherche va augmenter du fait que la taille du marché des biens intermédiaires augmente après l'ouverture, Cette augmentation conduit à un déplacement du capital humain vers le secteur de la recherche. Ce qui augmente le taux de croissance du pays développé.

D'un autre côté, malgré que le secteur de recherche disparaisse du pays en voie de développement, ce dernier profitera en termes de croissance après l'ouverture. Ainsi, elle lui permet d'accéder aux biens d'équipement étrangers qui contiennent un niveau technologique plus élevé et de consacrer la totalité de son stock de capital humain à la production manufacturière.

Conclusion

Rivera-Batiz et Romer (1991a) ont développé le modèle de Romer (1990) à un cadre international pour évaluer les effets de l'ouverture sur la croissance économique de deux pays identiques. Ils ont montré que l'intégration complète des deux pays, équivaut à les remplacer par une seule économie disposant d'un stock de travail et notamment de capital humain deux fois plus grand. En revanche, il n'y a aucun effet sur la croissance économique si les pays n'échangent que les biens d'équipement. Enfin, lorsque les deux pays échangent à la fois les biens et les connaissances, le taux de croissance sera doublé et équivalent à celui de l'intégration complète des deux pays.

Notre modèle s'inspire de celui de Rivera-Batiz et Romer (1991a) et s'en démarque en tenant compte de la spécificité d'une économie en voie de développement. Ainsi, nous avons supposé, conformément à la réalité, que cette économie est faiblement dotée en capital humain par rapport à l'économie du pays développé. Par ailleurs, nous nous sommes concentrés essentiellement sur l'échange de biens d'équipement.

Nous avons montré, contrairement à Rivera-Batiz et Romer (1991a) que l'échange de biens permet d'augmenter la croissance économique des deux pays. En effet, il permet au pays en voie de développement d'accéder aux biens d'équipement étrangers, qui contiennent un niveau technologique plus élevé, et de consacrer la totalité de son capital humain à la production manufacturière. Ce qui permet d'augmenter la croissance économique. Du côté du pays développé, il conduit à l'augmentation de la taille du marché des biens d'équipement, des bénéfices des producteurs de ces biens et des prix des innovations. Cela permet de stimuler la recherche et d'augmenter, par conséquent, la croissance économique de ce pays.

Par ailleurs, nous avons montré qu'en plus d'une politique d'ouverture, les deux pays doivent mettre l'accent sur l'éducation pour améliorer leur capital humain et par conséquent leur taux de croissance. Une telle politique permet, en augmentant le capital humain, d'en consacrer une grande partie à la recherche qui est le moteur de la croissance économique.

Annexe

Du côté de la consommation

* Le programme d'optimisation intertemporelle du consommateur représentatif peut s'écrire comme suit :

$$\text{Max} \int_0^{\infty} \frac{C^{1-s} - 1}{1-s} e^{-rt} dt \quad (4)$$

Sous la contrainte intertemporelle du revenu.

$$\dot{B} = R + rB - C \quad (4')$$

Pour résoudre ce programme, nous écrivons le Hamiltonien comme suit :

$$H = \frac{C^{1-s}}{1-s} e^{-rt} dt + \lambda (R(t) + rB(t) - C(t))$$

Où λ est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte du revenu et représente la valeur actualisée du prix implicite du revenu. La condition du premier ordre associé à C est :

$$\frac{\partial H}{\partial C} = 0 \Rightarrow \lambda = e^{-rt} C^{-s} \quad (i)$$

L'équation d'Euler associé à B est :

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial B} \Rightarrow \dot{\lambda} = -\lambda r \quad (ii)$$

La condition de transversalité est :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\lambda(t) \cdot B(t)] = 0 \quad (iii)$$

Si on différencie la condition du premier ordre (équation (i)) par rapport à t on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= -r e^{-rt} C^{-s} - s e^{-rt} C^{-s} \frac{\dot{C}}{C} \\ &= -e^{-rt} C^{-s} \left[r + s \frac{\dot{C}}{C} \right] \end{aligned}$$

En utilisant l'équation (ii), on obtient :

$$(r - r) \cdot \lambda = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} C$$

Du côté de la production

Le cas de l'autarcie

Dans le pays en voie de développement, le profit maximum sera égal à :

$$\text{Max}_{x_i} \Pi_i = \text{Max}_{x_i} (P_s(i) x_s i - r x_s i)$$

On remplace P_s (équation 6) par son expression dans l'équation du profit, on obtient :

$$\Pi_i = (1 - a - b) H_{ys}^a L_s^b x(i)_s^{1-(a+b)} - r x_s(i)$$

Le producteur du bien intermédiaire choisi la quantité $x_s(i)$ qui maximise son profit, dans ce cas, la condition du premier ordre donne le résultat suivant :

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial x(i)} = (1 - a - b)^2 H_{ys}^a L_s^b x(i)_s^{-(a+b)} - r = 0$$

$$\Rightarrow (1 - a - b) P_s(i) - r = 0$$

$$\Rightarrow P_s(i) = \frac{r}{1 - a - b} = P_s$$

L'équation du profit maximum est la suivante :

$$\Pi_{Max} = P_s \bar{x}_s - r \bar{x}_s$$

Si on remplace le prix d'équilibre P_s par son expression dans cette dernière équation, on obtient :

$$\begin{aligned} \Pi_{Max} &= \frac{r}{1-a-b} \bar{x}_s - r \bar{x}_s \\ &= r \bar{x}_s \left(\frac{1}{1-a-b} - 1 \right) \\ &= \frac{a+b}{1-a-b} r \bar{x}_s \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Pi_{Max} = (a+b) P_s \bar{x}_s$$

* L'égalité des productivités marginales en valeur du capital humain dans le pays en voie de développement est :

$$\frac{\partial Y_s}{\partial H_{sy}} P_y = \frac{\partial \dot{N}}{\partial H_N} P_{As}$$

Si on dérive l'équation (2) par rapport au capital humain H_{ys} consacré à la production du bien final, on obtient :

$$\frac{\partial Y_s}{\partial H_{sy}} = a H_{sy}^{a-1} L_s^b N_s^{-1-a-b}$$

Par ailleurs, si on multiplie l'équation (3') par P_{As} , on obtient :

$$P_{As} \dot{N} = P_{As} d_s H_N N$$

Cette équation représente la production en valeur du capital humain dans la recherche. Puisque ce secteur se caractérise par la concurrence parfaite, les facteurs de production seront rémunérés par leur productivité marginale. Cela implique que :

$$W_{H_N} = \frac{\partial P_{As} \dot{N}}{\partial H_N} = P_{As} d_s N$$

Avec W_{H_N} le salaire du capital humain dans le secteur de recherche.

Sachant que le bien final y est considéré comme numéraire, c'est à dire que son prix P_y est égal à l'unité ($P_y = 1$), la combinaison de ces dernières équations nous permet d'avoir la relation suivante :

$$a H_{ys}^{a-1} L_s^b N_s^{-1-a-b} = P_{As} d_s N$$

On remplace P_{As} par son expression dans cette dernière équation, on obtient :

$$\begin{aligned} a H_{ys}^{a-1} L_s^b N_s^{-1-a-b} &= \frac{(a+b)(1-a-b) H_{ys}^a L_s^b \bar{x}_s^{1-(a+b)}}{r} d_s N \\ \Rightarrow r &= \frac{d_s (a+b)(1-a-b) H_{ys}}{a} \end{aligned}$$

Le cas de l'ouverture

- Si on remplace le prix des biens d'équipement, $P_d(i)$, par son expression dans l'équation du profit, on obtient :

$$Max_{X_i} \Pi_i = Max_{X_i} (\Omega^{a+b} X(i)^{1-a-b} - r X(i))$$

La condition du premier ordre permet de déterminer la quantité X_i de biens d'équipement qui maximise le profit des producteurs et le prix $P_d(i)$ correspondant. En effet :

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial X_i} = (1 - a - b) \Omega^{(a+b)} X(i)^{-(a+b)} - r = 0$$

$$\Rightarrow \Omega^{(a+b)} X(i)^{-(a+b)} = \frac{r}{1 - a - b}$$

- Si on remplace le prix d'équilibre des biens d'équipement P_d par son expression dans les équations représentant les quantités demandées, on obtient :

$$\bar{x}_d = \left(\frac{r H_{yd}^{-a} L_d^{-b}}{(1-a-b)^2} \right)^{\frac{-1}{a+b}}$$

$$\bar{x}_m = \left(\frac{r H_s^{-a} L_s^{-b}}{(1-a-b)^2} \right)^{\frac{-1}{a+b}}$$

Cela nous permet de déterminer la quantité d'équilibre demandée au niveau international \bar{X} et par conséquent le profit maximum.

Bibliographie

- Aghion, P. and Howitt, P. (1992)**, «A Model of Growth through Creative Destruction», *Econometrica*, Volume 60, Issue 2, Pages 323-351.
- Artus P. (1993)**, « Croissance endogène: Revue des modèles et tentatives de synthèse. (Endogenous Growth: A Survey and an Attempt at Synthesis. With English summary.) », *Revue Economique*, Volume 44, Issue 2, March 1993, Pages 189-228.
- Askenzy, P. (1997)**, « Commerce Nord-Sud, Inégalités et croissance endogène. (North-South Trade, Inequality and Endogenous Growth. With English summary.) », *Revue Economique*, Volume 48, Issue 5, Septembre, Pages 1219-1240 .
- Aubin, C. (1994)**, «Croissance endogène et coopération internationale», *Revue d'Economie politique*, 104 (1), Janvier-Fevrier.
- Autume, A. et Michel, P. (1993)**, « Hystérésis et piège du sous-développement dans un modèle de croissance endogène. (Hysteresis and the Under-Development Trap in an Endogenous Growth Model. With English summary.) », *Revue Economique*, Volume 44, Issue 2, March, Pages 431-450.
- Azariadis, C and Drazen, A. (1990)**, « Threshold Externalities in Economic Development », *Quarterly Journal of Economics*, Volume 105, Issue 2, May 1990, Pages 501-526.
- Barro, R. et Sala-I-Martin X. (1996)**, « La croissance économique », Mc Graw Hill, Ediscience.
- Grossman, G. M. and Helpman, E. (1990a)**, « Trade, Innovation, and Growth », *American Economic Review* », Volume 80, Issue 2, Pages 86-91.
- Grossman, G. M. and Helpman, E. (1990b)**, «Comparative Advantage and Long-run Growth », *American Economic Review*», Volume 80, Issue 4, Pages 796-815.
- Grossman, G. M. and Helpman, E. (1991a)**, « Quality Ladders in the Theory of Growth », *Review of Economic Studies*, Volume 58, Issue 1, Pages 43-61.
- Grossman, G. M. and Helpman, E. (1991b)**, «Quality Ladders and Product Cycles », *Quarterly Journal of Economics* , Volume 106, Issue 2, Pages 557-586.
- Grossman, G. M. and Helpman, E. (1991c)**, « Trade, Knowledge Spillovers, and Growth », *European Economic Review* », Volume 35, Issue 2-3, Pages 517-526.
- Grossman, G. M. and Helpman, E. (1991d)**, «endogenous Product Cycles », *The Economic journal*, Volume 101, , Pages 1214-1229.
- Grossman, G. M. and Helpman, E. (1991e)**, « Innovation and growth in the global economy », 1991, Pages xiv, 359.
- Grossman, G. M. and Helpman, E. (1995)**, « Technology and Trade », *Handbook of international economics*. Volume 3, 1995, Pages 1279-1337.
- Lucas, R. E. (1988)**, «On the Mechanics of Economic Development », *Journal of Monetary Economics*, Volume 22, Issue 1, Pages 3-42.

- Michel P. and Nyssen, J. (1998)**, « On knowledge Diffusion, Patents Lifetime and Innovation Based Endogenous Growth », *Annales d'Economie et de Statistique*, N° 49/50, Janvier-Juin, P. 77-103.
- Rivera-Batiz, L. A. and Romer, P. M. (1991a)**, « International Trade with Endogenous Technological Change », *European Economic Review*, Volume 35, Issue 4, Pages 971-1001.
- Rivera-Batiz, L. A. and Romer, P. M. (1991b)**, « Economic Integration and Endogenous Growth », *Quarterly Journal of Economics*, Volume 106, Issue 2, Pages 531-555.
- Romer, P. M. (1986)**, «Increasing Returns and Long-run Growth », *Journal of Political Economy*, Volume 94, Issue 5, Pages 1002-1037.
- Romer, P. M. (1990)**, «Endogenous Technological Change », *Journal of Political Economy*, Volume 98, Issue 5, Part 2, Pages S71-102.
- Shaw, G. K. (1992)**, « Policy Implications of Endogenous Growth Theory », *Economic Journal*, Volume 102, Issue 412, May 1992, Pages 611-621.
- Solow R. (1956)**, « Technical Change and the Aggregate Production Function », *Review of Economics and Statistics*, Vol 39, N°3, august, P. 312-320.
- Xavier P. (1995)**, « Commerce et développement dans une petite économie en cours d'industrialisation : Le rôle essentiel des importations de biens intermédiaires pour la croissance et l'ouverture sur l'extérieur », *Colloque : Recents development in international economics*, Aix en Provence.
- Young, A. (1991)**, «Learning by Doing and the Dynamic Effects of International Trade», *Quarterly Journal of Economics*, Volume 106, Issue 2, Pages 369-405.